

# Luftdruck und Luftdichte

## 1 Lernziele

Bestimmen der Luftdichte auf verschiedenen Wegen. Abklären, ob Luft als ideales Gas betrachtet werden darf (bei in der Atmosphäre üblichen Bedingungen und Zusammensetzungen).

## 2 Vorausgesetzte Kenntnisse

1. Definition von Massendichte und Druck
2. Barometrische Höhenformel
3. U-Rohr-Manometer und Quecksilber-Barometer
4. Zustandsänderungen (isotherm, isobar, isochor und adiabatisch) und das *ideale Gas* (Definition und Zustandsgleichung des idealen Gases)
5. Zusammensetzung der Luft
6. Normalbedingungen

## 3 Literatur

Grundlagenbücher der Physik (Tipler, Hallyday, Giancoli, Gerthsen) und/oder physikalische Chemie (Atkins).

## 4 Grundlagen

### 4.1 Die barometrische Höhenformel

Die Änderung des statischen Drucks bei Änderung der Höhe in einem Medium, welches sich im Schwerfeld der Erde befindet, ist durch die differenzielle *barometrische Höhenformel*

$$dp = -g \varrho(h) dh \quad (1)$$

gegeben. Dabei ist  $dp$  die Druckänderung,  $g$  die Fallbeschleunigung,  $\varrho(h)$  die höhenabhängige Dichte<sup>1</sup> und  $dh$  die Höhenänderung. Für *inkompressible Medien* gilt  $\varrho(h) = \text{const}$ , und Gleichung (1) kann trivial integriert werden. Soll Kompressibilität berücksichtigt werden, muss die Druckabhängigkeit der Dichte bekannt sein. Wird zum Beispiel für die Atmosphäre *isothermes* Verhalten und die Luft als *ideales Gas* angenommen, kann das Gesetz von *Boyle und Mariotte*, ein Spezialfall der Zustandsgleichung des *idealen Gases*, verwendet werden.<sup>2</sup>

$$\varrho(h) = \frac{p(h)}{p(h_0)} \varrho(h_0) \quad (2)$$

<sup>1</sup> Genauer ist die Dichte vom Druck abhängig, welcher wiederum von der Höhe abhängt.

<sup>2</sup> Üblicherweise wird  $p \cdot V = \text{const}$  als Boyle-Mariotte-Gesetz bezeichnet.

## 4.2 Messung mit U-Rohrmanometer (an einem Dewargefäß)

Die Dichte der Luft kann auch durch Messung der Druckdifferenz zwischen zwei Orten unterschiedlicher Höhenlage bestimmt werden. Dafür wird in diesem Versuch ein U-Rohr verwendet, welches luftdicht an einem Dewargefäß befestigt ist. Flüssigkeit im U-Rohr trennt die Luft im Gefäß von der Außenluft ab. Das Dewargefäß ist wiederum mit einem zweiten, zur Atmosphäre hin offenen Rohr versehen, welches mit einem Ventil verschlossen werden kann (siehe Abbildung).

Im Weiteren wird davon ausgegangen, dass sich im Inneren des Dewargefäßes mit dem Volumen  $V$  ein *ideales Gas* befindet. Der Druck  $p_{\text{innen}}(z)$  dieses Gases hängt von der Steighöhe  $z$  ab; bei der Steighöhe  $z = 0$  herrscht im Gefäß der Druck  $p = p_0$ . Zur Bestimmung der Druckdifferenz an verschiedenen Orten

$$\Delta p = p_{\text{Ort1}} - p_{\text{Ort2}} \quad (3)$$

kann verwendet werden, dass der Druck im Inneren des Gefäßes durch die Summe aus Außendruck und hydrostatischem Druck der Flüssigkeit im U-Rohr gegeben ist. Damit findet sich, mit  $\rho_{\text{Fl}}$  als Dichte der Flüssigkeit im U-Rohr:

$$\begin{aligned} p_{\text{innen}}(z = 0) &= p_0 \\ p_{\text{innen}}(z_1) &= \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot z_1 + p_{\text{Ort 1}} \\ p_{\text{innen}}(z_2) &= \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot z_2 + p_{\text{Ort 2}} \end{aligned} \quad (4)$$

Auch das Volumen  $V$  des eingeschlossenen Gases hängt von der Steighöhe  $z$  ab und es gilt:

$$V(z) = V_0 + \frac{A \cdot z}{2}. \quad (5)$$

Dabei ist  $A = \pi d^2/4$  die Querschnittsfläche des U-Rohrs mit Innendurchmesser  $d$ .

Ändert sich nun der äußere Druck, so verschiebt sich die Flüssigkeit im U-Rohr. Dadurch ändern sich wiederum Druck und Volumen des Gases im Gefäß. Bei hinreichend langer Wartezeit kann von einer isothermen Zustandsänderung ausgegangen werden, wodurch gilt (ideales Gas!):

$$p_{\text{innen}}(z_1)V(z_1) = p_{\text{innen}}(z_2)V(z_2) = p_0V_0 = \text{const.} \quad (6)$$

Die Änderung des Drucks im Inneren des Gefäßes durch Verschiebung der Flüssigkeit aus dem ausgeglichenen Zustand ist mit Gleichung (5) gegeben durch:

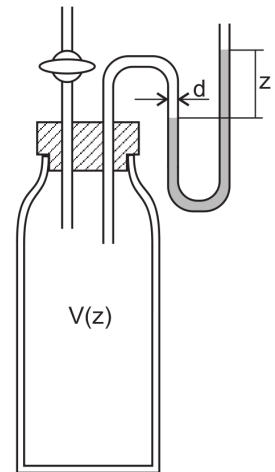
$$p_{\text{innen}}(z) - p_0 = \frac{p_0V_0}{V(z)} - p_0 = \frac{p_0V_0 - p_0V(z)}{V(z)} = -\frac{p_0A \frac{z}{2}}{V_0 + A \frac{z}{2}} \quad (7)$$

Da im Allgemeinen  $V_0 \gg A \frac{z}{2}$  gelten wird, kann Gleichung (7) zu

$$p_{\text{innen}}(z) \approx p_0 - \frac{p_0Az}{2V_0} \quad (8)$$

vereinfacht werden. Die Differenz des an zwei verschiedenen Orten herrschenden Luftdrucks ergibt sich dann aus den jeweils gemessenen Steighöhen zu:

$$p_{\text{Ort1}} - p_{\text{Ort2}} = p_{\text{innen}}(z_1) - p_{\text{innen}}(z_2) + \rho_{\text{Fl}}g(z_2 - z_1) \approx \left( \frac{p_0A}{2V_0} + \rho_{\text{Fl}}g \right) (z_2 - z_1). \quad (9)$$



---

### 4.3 Zusammensetzung von Luft

---

Recht bekannt ist, dass die uns umgebende Luft weitgehend aus Stickstoff (ca. 80%) und Sauerstoff (ca. 20%) besteht. Die genaue Zusammensetzung des Gasgemisches *Luft* ist jedoch variabel. Als Anhaltspunkt kann folgende Tabelle verwendet werden, welche einige beispielhafte Zusammensetzungen angibt.

**Tabelle 1:** Mögliche Zusammensetzungen für Luft: Angegeben sind die relativen molaren Mengen.

Beschreibung	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	mittl. Molmasse
Grob abgeschätzt	80 %	20 %	-	-	-	28.80 g/mol
Trockene Luft	78 %	21 %	1 %	-	-	28.96 g/mol
Feuchte Luft	76.5 %	20.5 %	1 %	-	2 %	28.74 g/mol
Verbrauchte Luft	76.5 %	18.5 %	1 %	2 %	2 %	28.98 g/mol

Der Mittelwert der in der Tabelle angegebenen mittleren Molekülmassen, und somit die mittlere Molekülmasse von Luft, ist  $\bar{M} = (28.87 \pm 0.13) \text{ g/mol}$ . Da alle Situationen eintreten können, muss die Toleranz (die Angabe der Unsicherheit) entsprechend weit gefasst sein. Die Angabe beinhaltet also auch eine Aussage über die maximale Schwankung der Luftdichte, je nach Situation bzw. Zusammensetzung.

---

## 5 Hausaufgaben

---

1. Leiten Sie Gleichung (1) anhand einer Skizze her.
2. Motivieren Sie in eigenen Worten das Vorgehen in Abschnitt 4.3 zur Abschätzung der mittleren Molekülmasse von Luft. Wie entsteht die Unsicherheit der Molekülmasse? Welche Vorteile/Nachteile ergeben sich aus der obigen Mittelung?
3. Berechnen Sie aus den Gleichungen (1) und (2) die isotherme barometrische Höhenformel. Nehmen Sie als Druck auf Meereshöhe  $p(0) = 1013 \text{ hPa}$  und für die Temperatur  $273 \text{ K}$  an. Die Dichte der Luft auf Meereshöhe können Sie mit der idealen Gasgleichung und der in Abschnitt 4.3 angegebenen mittleren Molekülmasse von Luft bestimmen. Berechnen Sie auf welcher Höhe sich der Luftdruck halbiert hat.
4. Im Vergleich zum Befund der vorigen Aufgabe sind Höhenänderungen im Bereich von  $15 \text{ m}$  klein genug, um Abweichungen der Luftdichte von ihrem Mittelwert vernachlässigen zu dürfen. Diese Annahme vereinfacht das Integrieren von Gleichung (1) deutlich. Bestimmen Sie mit dieser Annahme eine Formel zur Berechnung der mittleren Luftdichte aus Gleichung (9).
5. **Für studierende des Fachs Physik:** Integrieren Sie Gleichung (1) für den Fall einer Atmosphäre im adiabatischen Gleichgewicht. Nutzen Sie dazu die Adiabatengleichung (Poissongleichung) im Gleichgewichtsfall. Auf welcher Höhe hat sich der Druck halbiert? Bei welcher Höhe ist der Druck auf Null abgesunken?

---

## 6 Aufgaben

---

1. Bestimmen Sie die Luftdichte durch Wägung eines bekannten Luftvolumens. Hierzu werden Glaskolben bekannten Volumens verwendet, welche mit mechanischen Vakuumpumpen ausgepumpt werden. Ob ein an einer Pumpe angeschlossener Glaskolben ausreichend evakuiert ist, kann mit den angeschlossenen Manometern geprüft werden: Wenn das Manometer ca.  $0 \text{ hPa}$  anzeigt und sich die Anzeige auch beim Schließen des pumpenseitigen Ventils nicht mehr ändert, kann der Abpumpvorgang beendet werden. Ein solcherart leergepumpter Glaskolben wird dann zum Messen auf eine Waage gestellt. Nach Nullstellen der Waage kann der Absperrhahn am Glaskolben geöffnet werden. Nach etwas Abwarten (bis zu einer Minute) kann die Masse der eingeströmten Luft abgelesen werden. Aus der gewogenen Masse und dem angegebenen Volumen des Glaskolbens ist die Luftdichte zu berechnen.

Dieser Ablauf ist dreimal mit verschiedenen Kombinationen aus Glaskolben und Pumpen durchzuführen. Sollten die aus den Messungen berechneten Luftdichten nicht stimmig sein (Toleranzen berücksichtigen!), ist eine vierte und eventuell gar eine fünfte Messung notwendig.

- Bestimmen Sie den aktuellen Luftdruck mit dem im Raum hängenden Quecksilberbarometer. Berechnen Sie mit diesem Ergebnis, der aktuellen Temperatur im Praktikumsraum und unter Verwendung der in Abschnitt 4.3 angegebenen Molekülmasse die Dichte der Sie umgebenden Raumluft unter der Annahme, dass es sich dabei um ein ideales Gas handelt. Verträgt sich der Befund mit den Ergebnissen der ersten Aufgabe?

Hinweis: Unter Normbedingungen entspricht 1 mm Quecksilbersäule einem Druck von 1.3332 hPa.

- Benutzen Sie ein mit einem U-Rohr versehenes Dewargefäß, um die durch einen Höhenunterschied von  $\Delta h = 14.9$  m verursachte Druckdifferenz  $\Delta p$  zu bestimmen. Bei den im Praktikum verwendeten Gefäßen befindet sich Paraffinöl als Messflüssigkeit im U-Rohr. Die Orte für die Messungen finden sich im Praktikumstreppehaus, der eine im Keller auf einer Ablage, der andere im obersten Stockwerk auf Tischen im Flur vor dem Optikpraktikum. Für die Messungen bietet sich folgendes Vorgehen an:
  - Aufstellen am Ort 1 mit offenem Ventil. Ventil schließen und Steighöhe  $z_{1a}$  ablesen.
  - Aufstellen am Ort 2 und Steighöhe  $z_2$  ablesen.
  - Aufstellen am Ort 1, bei immer noch geschlossenem Ventil die Steighöhe  $z_{1c}$  ablesen, und erst danach das Ventil wieder öffnen.

Dieser Ablauf soll insgesamt **drei mal** durchgeführt werden. Die Zeitabstände sollten zwischen den Messungen möglichst kurz gehalten werden, um den Einfluss von Schwankungen des Luftdrucks während eines Messdurchgangs zu minimieren. Dennoch werden  $z_{1a}$  und  $z_{1c}$  häufig nicht übereinstimmen, weswegen für die Auswertung der Mittelwert  $z_1 = \frac{1}{2}(z_{1a} + z_{1c})$  verwendet werden muss.

Zwischen den Orten 1 und 2 befinden sich im Treppenhaus zwei Thermometer; lesen Sie diese ab, um die mittlere Temperatur im Treppenhaus abschätzen zu können.

Aus den nun bekannten, über die drei Durchgänge gemittelten Steighöhen kann mit dem in Hausaufgabe 4. gefundenen Ergebnis die mittlere Dichte der Luft bestimmt werden.

**Hinweis zur Fehlerrechnung:** Den größten Beitrag zum Fehler der mittleren Luftdichte liefert die Ungenauigkeit der Bestimmung der  $z_i$  (zumindest wenn diese realistisch abgeschätzt wird). Daher genügt es, für die Fehlerrechnung den Fehler der mittleren Steighöhendifferenz  $z_1 - z_2$  zu berücksichtigen.

- Rechnen Sie alle in den Aufgaben 1, 2 und 3 bestimmten Luftdichten auf Normalbedingungen (273 K und 1013 hPa) um.
- Vergleichen Sie die Befunde aus allen Messverfahren, und ermitteln Sie die zugehörigen Genauigkeiten. Beantworten Sie dabei auch die Frage, ob die uns umgebende Luft als ideales Gas betrachtet werden kann.

---

## 7 Weitere Hinweise

---

### 7.1 Gedanken zum Versuch

---

Dieser Versuch bietet die Möglichkeit mehrere Wege zur Bestimmung der Massendichte von Gasen *auszuprobieren* und damit verschiedene Sichtweisen in einen Zusammenhang zu bringen. Dabei stellt sich eine wichtige Frage: Verhält sich Luft, wie wir Sie unter üblichen Wetterbedingungen um uns herum erleben, wie ein ideales Gas? Die unterschiedlichen Herangehensweisen zur Bestimmung der Luftdichte ermöglicht diese Frage zu beantworten und zu bewerten. So wird in Aufgabe 1 die einfachst mögliche Methode zur Bestimmung der Luftdichte angewendet, indem die Masse eines bekannten Volumens bestimmt wird. In Aufgabe 2 hingegen kommt ein rein theoretischer Ansatz zum Tragen: Welche Dichte *hätte* Luft, wenn Sie ein ideales Gas *wäre*? Da die Dichte, insbesondere bei Gasen, von Druck, Temperatur und mittlerer Molekülmasse abhängt (Hausaufgabe 2), dienen gemessene Werte für aktuellen Druck und aktuelle Temperatur als Rechengrundlage. Ein Vergleich der Ergebnisse in Aufgabe 1 und 2 erlaubt die Beantwortung der oben gestellten Frage, ob Luft ein ideales Gas ist.

In Aufgabe 3 wird die Luft im Gefäß von vornherein als ideales Gas angesehen, von der Außenluft hingegen nur verlangt, dass sich ihre Dichte nur vernachlässigbar ändert, wenn man im Praktikum die Druckänderung bei bekannter Höhenänderung im Schwerfeld der Erde misst, um daraus diese Dichte zu berechnen. An dieser Stelle setzt man sich experimentell also mit der Herkunft des atmosphärischen Luftdrucks auseinander.

---

### 7.2 Fragen zur Erweiterung und Vertiefung des Verständnisses

---

Um die physikalischen Grundlagen des Versuchs zu vertiefen, zu erweitern und ihre Bedeutung für den Alltag besser fassen zu können, sollte über folgende Fragen nachgedacht und, wenn möglich, eine Antwort gefunden werden.

- Hat der Druck  $p$  eine Richtung? Wie passt das zur Definition  $p = F/A$  bei der die Kraft  $F$  eine Richtung hat ( $A$  ist die Fläche auf die die Kraft wirkt)?
- Was ist die mikroskopische Ursache von *Druck* bei Gasen?
- Wie funktioniert ein Saugnapf, und was begrenzt seine Haltekraft?
- Betrachten Sie eine Kugel mit 1 l Inhalt, welche aus zwei Hälften zusammengesetzt ist. Mit welcher Kraft werden die Kugeln (ungefähr) zusammengedrückt, wenn die Kugel evakuiert wird?
- In welcher Wassertiefe wirkt auf einen Taucher der doppelte Luftdruck?
- Stellen Sie sich einen Brunnen vor, bei dem der Wasserspiegel 25 m tief liegt. Wieso ist es nicht möglich Wasser durch ein Rohr hoch- und herauszusaugen? Wie löst man dieses Problem? Wie hat man es früher gelöst?
- Welche Steighöhe benötigt Wasser um einen Druckunterschied von 1000 hPa anzuzeigen?
- Warum wird für ein U-Rohrbarometer Quecksilber verwendet und nicht z. B. Wasser?
- Wie kann ein Gartenschlauch als Wasserwaage verwendet werden?
- Mit welchem einfachen Trick wird üblicherweise Wasser aus einem Aquarium gelassen? (Eignet sich übrigens auch um Benzin aus einem Auto zu „entnehmen“.)
- Warum werden die Atemflaschen für Feuerwehr und Taucher mit Luft befüllt, in großer Höhe aber reiner Sauerstoff zur Unterstützung der Atmung verwendet?