M4

Physikalisches Grundpraktikum
Abteilung Mechanik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Elastischer Stoß

1 Vorbereitung

- Erhaltungssätze für Energie und Impuls, abgeschlossenes System
- Stoßgesetze (elastisch, unelastisch, zentral, dezentral), schiefe Ebene, waagerechter Wurf
- Beispiele für das Auftreten oder direkte Anwenden von Stößen in Ihrem Fachbereich.

Mitzubringende Hilfsmittel: Ein Zirkel.
Schauen Sie auch auf die Webseite der Abteilung Mechanik des Grundpraktikums. Dort finden Sie Fotos vom Aufbau und weitere Informationen.

2 Literatur

Passende Kapitel zur Mechanik in allen Lehrbüchern der Physik.
Zur Stoßzahl: D.Groß u.a. *Technische Mechanik* Band 3 – *Kinetik*, Kapitel „Impulssatz, Stoß“ und „Zentrischer Stoß“ (als eBook zugänglich im Universitätsnetz)
Dieses Buch sowie weiterführende Literatur zur Physik des Versuches finden Sie in der Literaturmappe (nur als PDF; zugänglich über das Web-Portal des Grundpraktikums).

3 Grundlagen

Es sollen die Gesetze beim Stoß zweier Stahlkugeln untersucht werden. Die stoßende Kugel (Index 1) ist gekennzeichnet durch die Masse m_1, den Radius r_1 und die Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ in einer festen Richtung, die ruhende Kugel (Index 2) durch m_2, r_2 und $\vec{v}_2 = 0$. Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß werden mit $\vec{u}_1$ bzw. $\vec{u}_2$ bezeichnet.
Für jeden Stoß gilt der Impulserhaltungssatz:

$$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \tag{1}$$

Für den elastischen Stoß gilt zusätzlich der Energieerhaltungssatz:

$$\frac{m_1}{2}v_1^2 = \frac{m_1}{2}u_1^2 + \frac{m_2}{2}u_2^2 \tag{2}$$

Die Situation, dass der Stoß weder elastisch noch vollkommen unelastisch ist, lässt sich durch Einführung einer *Stoßzahl* ε beschreiben.

$$\varepsilon = \frac{|\vec{u}_2 - \vec{u}_1|}{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|} \quad . \tag{3}$$

Sie gibt den Grad der „Elastizität“ des Stoßes an. Für den elastischen Stoß ist $\varepsilon = 1$, für den vollkommen unelastischen (bleibende Verformung, Stoßpartner bleiben beieinander) $\varepsilon = 0$.
Zentraler Stoß: Dieser Prozess läuft eindimensional ab. In (1) entfallen die Vektorpfeile. Statt (3) hat man

$$\varepsilon = -\frac{u_2 - u_1}{v_2 - v_1} \quad . \tag{4}$$

Dezentraler Stoß: Die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte schließt mit $\vec{v}_1$ den *Stoßwinkel* β ein (Abb. 1).

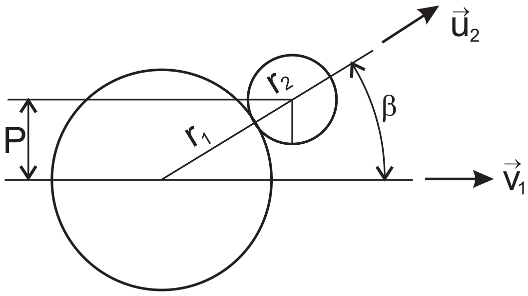

Abbildung 1: Dezentraler Stoß
(von oben gesehen)

Wir setzen voraus, dass die Kugeloberflächen *glatt* sind, d.h. keine tangentialen Kräfte während des Stoßvorganges auftreten. Es gibt nur radiale Kräfte bzw. Impulsüberträge, nämlich entlang der $\vec{u}_2$-Richtung.

Der *Stoßparameter* $P = (r_1 + r_2) \cdot \sin\beta$ kann als „Versatz" der Kugelmittelpunkte in diesem Experiment unmittelbar vorgegeben werden, wodurch β und die Richtung von $\vec{u}_2$ festgelegt sind.

In dieser Richtung besitzen $\vec{v}_1$, $\vec{u}_1$ und $\vec{u}_2$ die radialen Geschwindigkeitskomponenten $v_{1,\mathrm{rad}}$, $u_{1,\mathrm{rad}}$ und $u_{2,\mathrm{rad}} = u_2$ ($v_{2,\mathrm{rad}} = v_2 = 0$). Auch für sie gilt Impulserhaltung:

$$v_{1,\mathrm{rad}} = v_1 \cos\beta \tag{5}$$
$$m_1 v_1 \cos\beta = m_1 u_{1,\mathrm{rad}} + m_2 u_2 \tag{6}$$

Wir behandeln diese radiale, d.h. eindimensionale Situation wie einen zentralen Stoß mit einer Stoßzahl entsprechend (4):

$$\varepsilon = \frac{u_{2,\mathrm{rad}} - u_{1,\mathrm{rad}}}{v_{1,\mathrm{rad}}} \overset{(5)}{=} \frac{u_2 - u_{1,\mathrm{rad}}}{v_1 \cos\beta} \qquad \text{bzw.} \qquad u_2 = u_{1,\mathrm{rad}} + v_1 \cdot \cos(\beta) \cdot \varepsilon \tag{7}$$

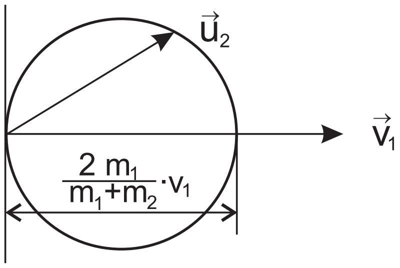

Abbildung 2: Geschwindigkeitskreis

Auf diese Weise kann man den „schiefen" Stoß auf den zentralen Stoß in Richtung $\vec{u}_2$ zurückführen. Mittels (6) eliminiert man $u_{1,\mathrm{rad}}$ aus der Gleichung (7) und findet:

$$u_2(\beta) = \frac{(1+\varepsilon) \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \cos\beta \tag{8}$$

Gleichung (8) ist eine Kreisgleichung in Polarkoordinaten. Sie gibt die Geschwindigkeit der anfangs ruhenden Kugel in Abhängigkeit vom Winkel β an. Der Durchmesser des *Geschwindigkeitskreises* (Abb. 2) ist im Fall des ideal elastischen Stoßes ($\varepsilon = 1, \beta = 0$): $\frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1$.

4 Versuchsbeschreibung

Kugel 1 rollt eine geneigte Bahn hinab und stößt am horizontalen Auslauf die auf einer federnd aufgehängten Spitze ruhende Kugel 2 (vgl. Abb. 3). Kugel 2 fällt frei bis zum Aufprall auf eine horizontale Ebene. Die Fallhöhe H ist gleich dem Abstand zwischen Spitze und Aufprallebene. Die horizontalen Reichweiten s_1 bzw. s_2 sind den Geschwindigkeiten v_1 bzw. u_2 proportional. Der Vergleich von Geschwindigkeiten wird so auf den Vergleich von Reichweiten zurückgeführt.

1. **Hausaufgabe (vor dem Versuch zuhause erledigen!):**
   a) Eine Kugel (Radius r_1, Masse m_1 und Trägheitsmoment $\frac{2}{5} m_1 r_1^2$) durchrollt auf einer schiefen Ebene mit horizontalem Ausgang die Höhe h. Wie groß ist die Translationsgeschwindigkeit v_1 der Kugel am Bahnende?
   b) Nachdem die Kugel die Bahnhorizontale verlassen hat, beschreibt sie unter dem Einfluss der Schwerkraft eine nach unten geöffnete Parabel. Wie groß ist die Reichweite s_1 der Kugel bei vorgegebener Höhendifferenz H zwischen Bahn und Aufprallebene?
   c) **Für Bau-, Umweltingenieure und Geowissenschaftler:** Wo sind elastische und unelastische Stöße in ihrem Studiengang von Bedeutung?

zu Aufgabe 2.a) zu Aufgabe 2.b) und 3.

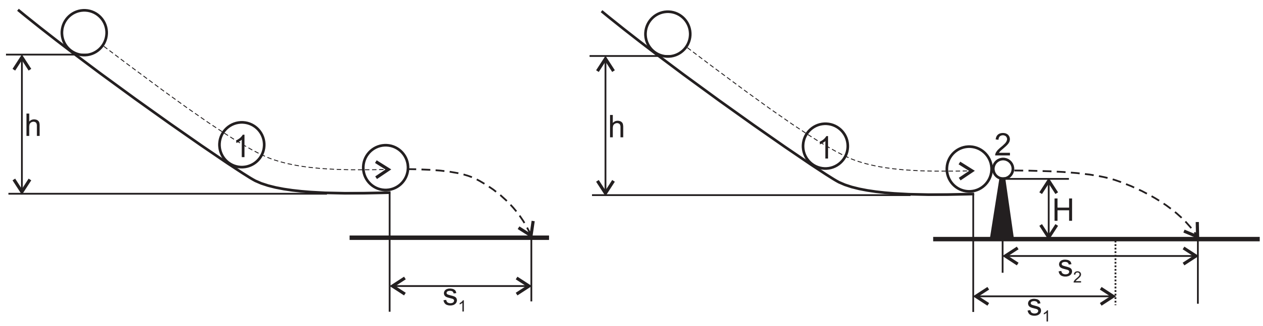

Abbildung 3: Versuchsskizze. Die Position der Spitze (= linker Startpunkt für s_2) ist auf dem bereitliegenden Papier markiert.

2. Nun bestimmen Sie die Stoßzahl ε auf folgende Weise:
   a) Bestimmen Sie die Reichweiten s_1 einzelner Kugeln mit den Durchmessern $d_1/\text{mm} = 14; 16; 22$, und vergleichen Sie diese mit Ihrem bei der Vorbereitung gewonnenen Ergebnis (für jede Kugel mindestens 3-mal). Wieviel Energie geht durch Roll- bzw. auch Gleitreibung verloren? (h und H sind durch Messung zu ermitteln.) Bestimmen Sie den relativen Energieverlust $E_{\text{Reibung}}/E_{\text{gesamt}}$ für jede Kugel .
   b) Führen Sie mit je zwei Kugeln **gleichen** Durchmessers **zentrale** Stöße durch, und bestimmen Sie die Reichweite s_2 der gestoßenen Kugel (jeweils 3-mal für jeden der drei Durchmesser). **Hinweis:** Achten Sie hierbei auf die unterschiedlichen Startpositionen für stoßende bzw. gestoßene Kugel bei Beginn des freien Falls (Aufgabe 2a bzw. 2b, siehe auch (Abb. 3)). Vergewissern Sie sich bei Aufgabe 2b, dass die Schwerpunkte beider Kugeln auf gleicher Höhe liegen.
   c) Aus dem Vergleich der Reichweiten aus a) und b) bestimme man die Stoßzahl ε. Aus (8) erhält man $\varepsilon = 2(u_2/v_1) - 1$.
3. Eine Kugel mit dem Durchmesser $d_1 = 16\,\text{mm}$ stößt auf eine ruhende Kugel[1] mit $d_2 = 14\,\text{mm}$. Zu den Stoßparametern $P/\text{mm} = -12, -10, -8, \ldots, +12$ (jeweils 1 Stoß) markiere man die Aufschlagpunkte der gestoßenen Kugel.
   Auf diese Weise erhält man den geometrischen Ort der Spitzen aller Geschwindigkeitsvektoren $\vec{u}_2$, welche im Ursprung der Aufschlagebene beginnen und am Aufschlagpunkt enden. Der Ursprung ist die Projektion der Startposition bei Beginn des freien Falls auf die Aufschlagebene.
4. Bestimmen Sie den Stoßwinkel zu $P = 8\,\text{mm}$, indem Sie den Winkel, der von den Geschwindigkeitsvektoren zu $P = \pm 8\,\text{mm}$ eingeschlossen wird, halbieren. Wie groß ist die Differenz zum erwarteten Wert?
5. Nach Gleichung (8) sollten die Aufschlagpunkte auf einem Kreis liegen.
   a) Berechnen Sie dessen Radius und zeichnen Sie diesen Kreis zu den experimentellen Daten der Aufgabe 3 auf das Diagrammpapier.
   Verwenden Sie hierzu den Mittelwert aus den in Aufgabe 2c) ermittelten Stoßzahlen ε. Berücksichtigen Sie weiterhin, dass die Reichweiten den Geschwindigkeiten proportional sind.
   b) Vergleichen Sie die Position der Messpunkte und des Kreises. Beschreiben und interpretieren Sie Unterschiede, soweit vorhanden.
6. Bestimmen Sie explizit die Geschwindigkeit der gestoßenen Kugel zu $P = 8\,\text{mm}$ und vergleichen Sie diese mit dem theoretischen Wert nach Gleichung (8).
   Verwenden Sie hierzu den in Aufgabe 4 gemessenen Winkel und den Mittelwert aus den in Aufgabe 2c) ermittelten Stoßzahlen ε. Berücksichtigen Sie wiederum, dass die Reichweiten den Geschwindigkeiten proportional sind.

[1] Schwerpunkte beider Kugeln beim Zusammenstoß in derselben horizontalen Ebene! Wie groß ist H nun für Kugel 2 ?