

Phasenverschiebung

1 Vorbereitung

- Wechselstrom und -spannung, Effektivwert
- Schein-, Wirk-, Blindwiderstand; Phasenverschiebung
- Herleitung der Gleichungen für induktiven und kapazitiven Widerstand
- Kirchhoff'sche Regeln
- Strom- und Spannungsmessung
- Darstellung in komplexer Ebene

1.1 Literatur

- Gerthsen *Physik*
- Alonso-Finn *Physik*
- Walcher *Praktikum der Physik*
- Bergmann-Schäfer Bd. 2 *Elektrizitätslehre und Magnetismus*
- Ergänzende Literatur in der Mappe zu Versuch E2

1.2 Teileliste

1 Frequenzgenerator Hameg HM 8030-5, 1 Widerstand, 1 Spule, 1 Kondensator, 1 Voltmeter, 1 Amperemeter, 8 Leitungen, 1 Digital-Oszilloskop Rigol DS-1022

Schauen Sie auch nach der Abteilung Elektrik in den Webseiten des Grundpraktikums

1.3 Mitzubringende Hilfsmittel

- 3 Blatt Millimeterpapier
- Zirkel

2 Grundlagen

In einem Stromkreis mit einer Wechselspannungsquelle U seien ein Widerstand, eine Spule und ein Kondensator angeschlossen (Abb. 1). Es fließe ein Wechselstrom $I = \hat{I} \sin(\omega t)$ mit der Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$ entsprechend der Periodendauer T des Wechselstroms. Die Gesamtspannung des Kreises ist nach der Kirchhoff'schen Regel die Summe aus den drei Einzelspannungen:

$$\begin{aligned}U_R &= R \cdot I = R \cdot \hat{I} \sin(\omega t) \\U_C &= \frac{1}{C} \int I dt = -\frac{1}{\omega C} \cdot \hat{I} \cos(\omega t) = -X_C \cdot \hat{I} \cos(\omega t) \\U_L &= L \cdot \frac{dI}{dt} = \omega L \cdot \hat{I} \cos(\omega t) = X_L \cdot \hat{I} \cos(\omega t)\end{aligned}$$

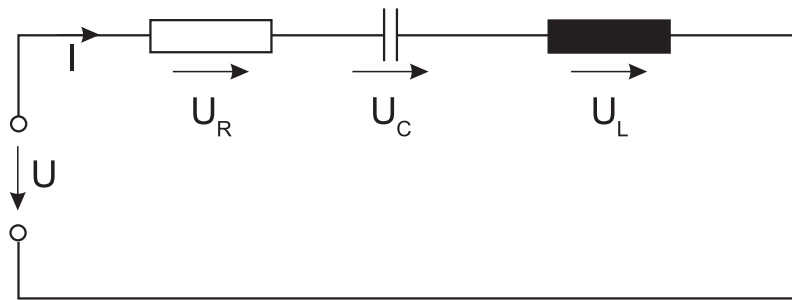


Abbildung 1: Stromkreis mit Wechselspannungsquelle, Widerstand, Kondensator und Spule

X_C und X_L werden als kapazitiver bzw. induktiver Blindwiderstand bezeichnet. In einem Blindwiderstand wird im zeitlichen Mittel keine Leistung umgesetzt.

Das positive Vorzeichen bei $U_L = L \cdot dI/dt$ entsteht dadurch, dass man die Spule als Verbraucher und nicht als Spannungsquelle auffasst. Es gilt also: $U = U_R + U_L + U_C$ bzw.:

$$U = \hat{I} \cdot \left[R \cdot \sin(\omega t) + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cdot \cos(\omega t) \right]$$

Bei der Induktivität eilt der Strom der Spannung um eine viertel Schwingungsdauer (Phasenwinkel $-\pi/2$) nach, da $\sin(\omega t) = \cos(\omega t - \pi/2)$ ist. Bei der Kapazität eilt der Strom der Spannung um eine viertel Schwingungsdauer (Phasenwinkel $+\pi/2$) voraus, da $\sin(\omega t) = -\cos(\omega t + \pi/2)$ ist.

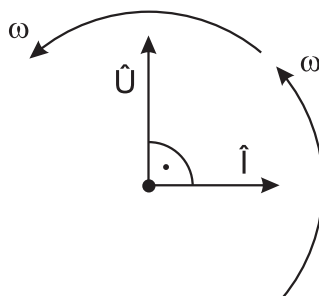


Abbildung 2: Drehzeigerdiagramm für einen rein induktiven Kreis

Schaltet man die oben beschriebenen Wechselstromwiderstände in irgendeiner Weise zusammen, so erweist sich zur Ermittlung der Ströme und der resultierenden Widerstände die Darstellung im *Drehzeigerdiagramm* (mathematisch: in der *komplexen Zahlenebene*) als zweckmäßig. Hier werden die zeitlich mit der Kreisfrequenz ω oszillierenden Größen U und I durch rotierende *Zeiger* dargestellt, deren Längen in einem geeignet gewählten Maßstab gleich den Amplituden \hat{U} bzw. \hat{I} sind. Die Zeiger rotieren mit der Winkelgeschwindigkeit ω (vereinbarungsgemäß gegen den Uhrzeigersinn). Der Vor- bzw. Nacheilung einer Größe gegenüber einer anderen um einen vorgegebenen Phasenwinkel entspricht die Verdrehung um diesen Winkel gegen den bzw. mit dem Uhrzeigersinn. Die zeichnerische Darstellung – wie z.B. in Abb. 2 für den Anschluss einer verlustfreien Induktivität an eine Wechselspannung – entspricht einer *Momentaufnahme* der rotierenden Zeiger. (Im allgemeinen wird bei einer Reihenschaltung der dem Kreis gemeinsame Strom horizontal nach rechts weisend gezeichnet).

Das gewohnte Bild der zeitabhängigen Oszillationen von U und I ergibt sich aus dieser Darstellung durch Projektion der rotierenden Zeiger auf Abszisse oder Ordinate eines in den Drehpunkt gelegten Koordinatensystems.

Wie die zeitabhängigen Größen U und I lassen sich auch die nicht zeitabhängigen Wechselstromwiderstände in einem (dann festen, nicht rotierenden) Zeigerdiagramm darstellen.

Hierbei ist die Zeigerlänge in dem gewählten Maßstab ($1 \text{ cm} = \dots \Omega$) durch den Quotienten \hat{U}/\hat{I} sowie die Winkelverdrehung des Zeigers durch die Phasenverschiebung der Spannung gegenüber dem Strom bestimmt.

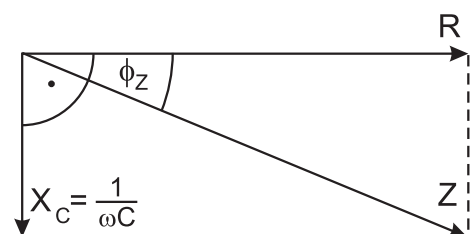


Abbildung 3: Zeigerdiagramm der Reihenschaltung von R und C

Die Phasenverschiebung Null (bei reinem Wirkwiderstand) wird üblicherweise durch einen horizontal nach rechts weisenden Zeiger repräsentiert.

Der große Vorteil dieser Darstellung liegt darin, dass bei der Reihenschaltung beliebiger Wechselstromwiderstände die zugehörigen Zeiger geometrisch (d.h. wie Vektoren) zum resultierenden *Gesamtwiderstand* Z (*Scheinwiderstand bzw. Impedanz*) addiert werden. Entsprechendes gilt für die Zeiger der Leitwerte \hat{I}/\hat{U} bei der Parallelschaltung von Wechselstromwiderständen. Abb. 3 zeigt als Beispiel das Widerstandsdiagramm für die Reihenschaltung eines Wirkwiderstandes R mit einer Kapazität C .

Dem Diagramm entnimmt man sofort:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{und} \quad \phi_Z = \arctan\left(\frac{-1}{\omega CR}\right) \quad ; \text{ hier } \phi_Z < 0$$

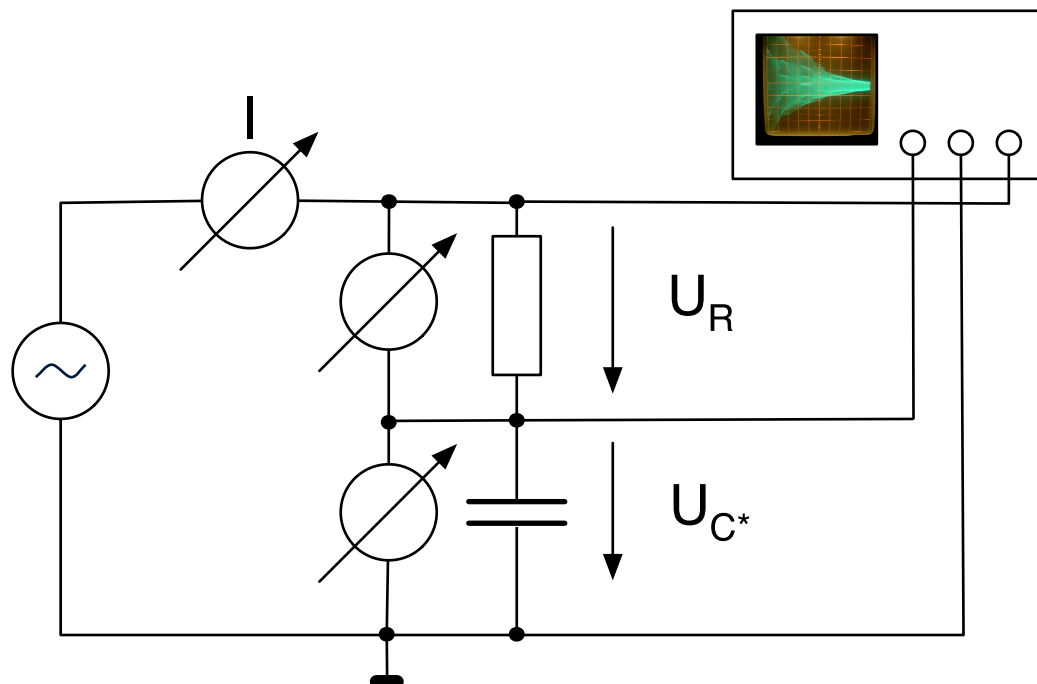


Abbildung 4: Versuchsaufbau

*) bzw. Spule in Aufgabe 2

3 Aufgaben

Da das Oszilloskop und der Frequenzgenerator eine gemeinsame Masse besitzen, kann man nicht ohne weiteres alle Spannungen *direkt* messen. Das digitale Oszilloskop erlaubt es jedoch, Signale der beiden Kanäle mathematisch zu verknüpfen. Machen Sie sich klar, wie Sie mit den Rechenoperationen „±“, „·“ sowie „/“ zu den jeweiligen Spannungen gelangen.

- Zu Hause vorbereiten:** Zeichnen Sie das Widerstandszeigerdiagramm für die Reihenschaltung von R , L und C . Entnehmen Sie dem Diagramm die Gleichung für Z und diskutieren Sie qualitativ die Abhängigkeit der Impedanz von der Frequenz ω der angelegten Wechselspannung. Skizzieren Sie $Z = Z(\omega)$.
- Schalten Sie einen Kondensator und einen Wirkwiderstand entsprechend Abb. 4 in Reihe, und stellen Sie die Frequenz $f = 60 \text{ Hz}$ ein. Messen Sie die Gesamtspannung U , die Teilspannungen U_C und U_R sowie I .
Zeichnen Sie das Drehzeigerdiagramm für diese Größen.
Wie groß sind R , C und ϕ_Z ($\omega = 377 \text{ s}^{-1}$) ?

Stellen Sie die zeitliche Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung auf dem Oszilloskop dar und speichern¹ Sie den zeitlichen Verlauf von $U_R \sim I$ und U_C als Bitmap. Fertigen Sie am Ende des Versuchs einen Ausdruck aller Bitmaps für Ihr Protokoll an.

Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

3. Stellen Sie mit der Schaltung aus Aufgabe 2 den Strom und die Spannung auf dem Oszilloskop für eine 60 Hz -Rechteckspannung dar.

Können Sie erklären, was Sie auf dem Oszilloskopschirm sehen?

4. Schalten Sie eine verlustbehaftete Spule und einen Wirkwiderstand in Reihe, und messen Sie U , U_R und die Teilspannung U_{sp} an der Spule, sowie I . Zeichnen Sie das Drehzeigerdiagramm unter Berücksichtigung des Wirkwiderstandes R_{sp} der Spule. Wie groß sind L , R , R_{sp} und ϕ_Z ?

Stellen Sie – wie in Aufgabe 1 – den zeitlichen Verlauf von U_{sp} und $U_R \sim I$ dar und speichern Sie das Ergebnis.

Skizzieren Sie den Versuchsaufbau.

5. Messen Sie $Z(\omega)$ indem Sie für Frequenzen zwischen 10 und 200 Hz (in Schritten von 10 Hz) die Gesamtspannung U_{Ges} und den Strom I für die Reihenschaltung von R , L und C messen und damit die Gesamtimpedanz berechnen. Tragen Sie das Ergebnis auf Millimeterpapier auf und vergleichen Sie es mit Ihrer Skizze aus Aufgabe 1.

6. Für Interessierte:

Wie Aufgabe 3, jedoch mit einer „Dreieckspannung“.

Sprechen Sie dazu auch mit Ihrem Betreuer.

¹ Der Dateiname sollte mit der *Nummer des Versuchsaufbaus* sowie der *Aufgabennummer* beginnen um die Bilder später richtig der jeweiligen Gruppe zuordnen zu können, z.B: 42wFile.bmp für Aufbau 4 und Aufgabe 2.